Fuerzas conservativas y energía potencial

Fuerzas conservativas y energía potencial

- Una fuerza conservativa es aquella a la que se puede asociar una energía potencial

- ¿Qué condición debe cumplir para esto?

$$\overline{F_C} = -\bar{\nabla} Ep = -\left(\frac{\partial Ep}{\partial x}; \frac{\partial Ep}{\partial y}; \frac{\partial Ep}{\partial z}\right)$$

- Visto de otra forma (segundo teorema fundamental del cálculo para integrales de línea):

$$W^F = \int \bar{F} \cdot d\bar{r} = \int -\bar{\nabla} Ep \cdot d\bar{r} = -\Delta Ep$$

Fuerzas conservativas y energía potencial

- Entonces una fuerza es conservativa si: $\overline{F_C} = -\bar{\nabla} Ep$

- Esto significa que: $F_x = -\frac{dEp}{dx}$; $F_y = -\frac{dEp}{dy}$

- Y si: $\frac{dF_x}{dy} = -\frac{d^2Ep}{dxdy}$ es igual a $\frac{dF_y}{dx} = -\frac{d^2Ep}{dxdy}$ podemos afirmar que es conservativa porque las derivadas cruzadas son iguales, lo que estaría implicando que existe una energía potencial asociada.

- Si la fuerza es conservativa, que $W^F = -\Delta Ep$ significa que el trabajo sólo depende de la posición inicial y la final, no de la trayectoria (lo mismo que afirmar que en trayectoria cerrada el W=0.

OBS: es una consecuencia, no vale al revés.

23- Una partícula se mueve a lo largo de una línea donde la energía potencial de su sistema depende de su posición *r* como indica la figura. En el límite, cuando *r* aumenta indefinidamente, la energía potencial U(r) tiende a: 1 J.

a- Identificar cada posición de equilibrio para esta partícula. Indique si cada una es un punto de equilibrio estable, inestable o neutro.

b- ¿La partícula estaría acotada en su movimiento, si la energía total del sistema está en ese intervalo?

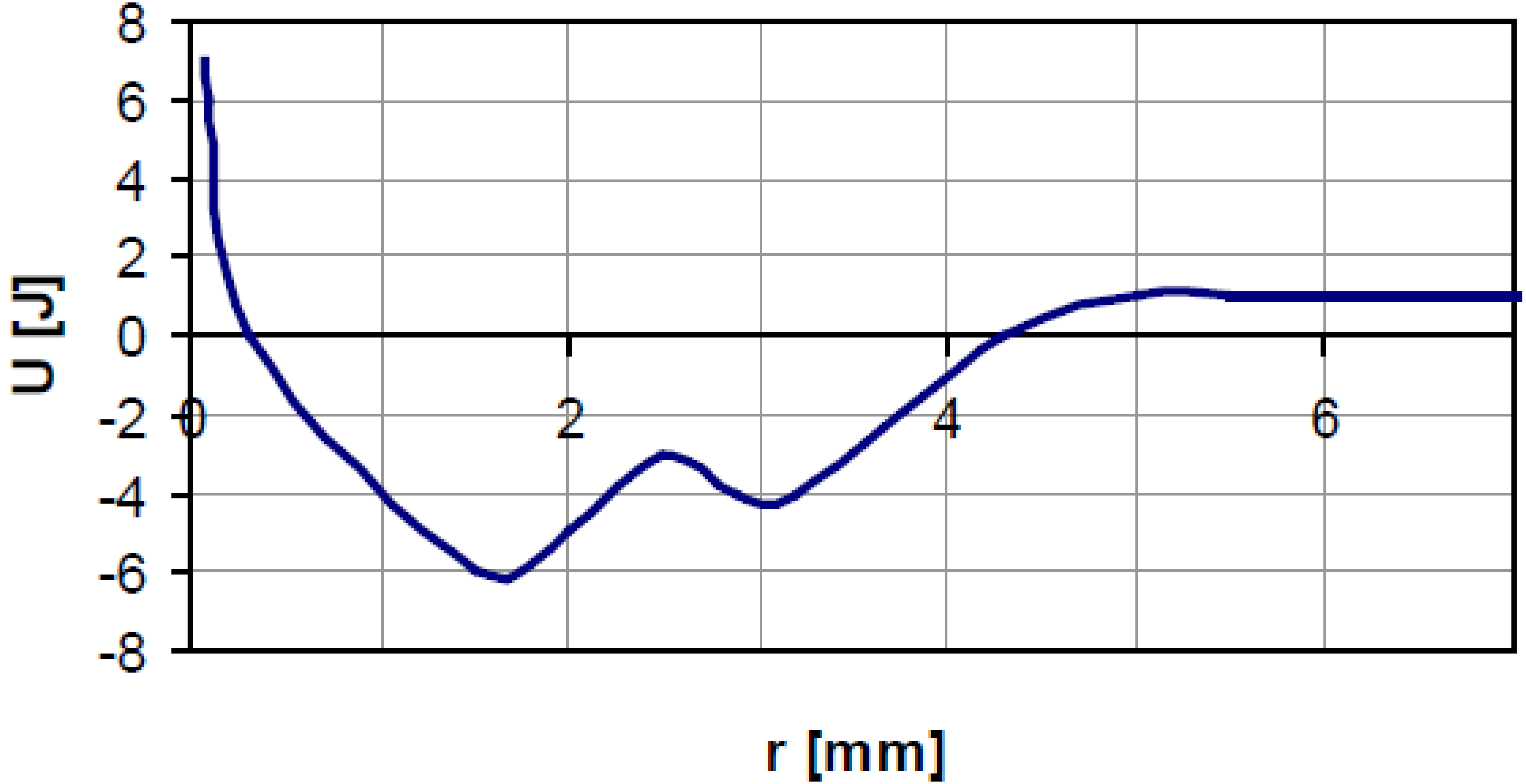
Ahora suponer que el sistema tiene energía de -3 J. Determinar:

c- El intervalo de posiciones donde se puede encontrar la partícula.

d- Su Ec máxima

e- La ubicación donde tiene Ec máxima

f- La energía de enlace del sistema, esto es, la energía adicional que tendría que darse a la partícula para moverla a r tendiente a infinito.



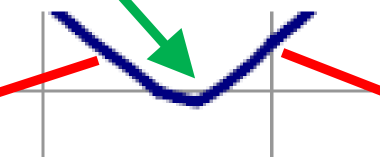
U [J]
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
0
2
4
6
r [mm]

a) Puntos de equilibrio. Se conoce la Ep (U) y sabemos que $F_c = -\frac{\partial Ep}{\partial r}$

- ¿Qué significa equilibrio? Que la aceleración (es decir la fuerza) es cero.
- El equilibrio será en los puntos máximos y mínimos de la Ep (es decir, donde su derivada es cero)

- ¿Cuándo será equilibrio estable? Cuando se aparta del equilibrio y "vuelve". Hay "fuerza restitutiva"

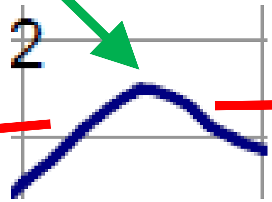
Derivada negativa.
Fuerza positiva
(es $-dE_P/dr$)



Derivada positiva.
Fuerza negativa
(es $-dE_P/dr$)

- ¿Cuándo será equilibrio inestable? Cuando se aparta del equilibrio y se "aleja"

Derivada positiva.
Fuerza negativa
(es $-dE_p/dr$)



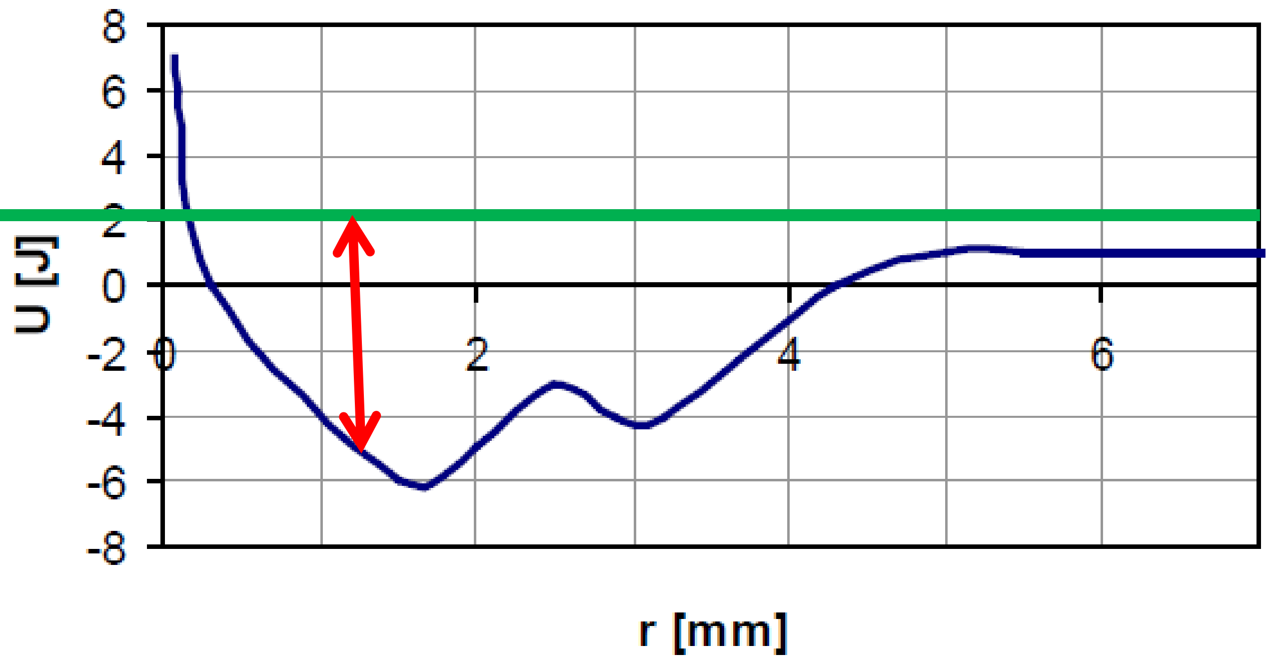
Derivada negativa.
Fuerza positiva
(es $-dE_p/dr$)

b)¿Es trayectoria cerrada si la Em=2J? NO

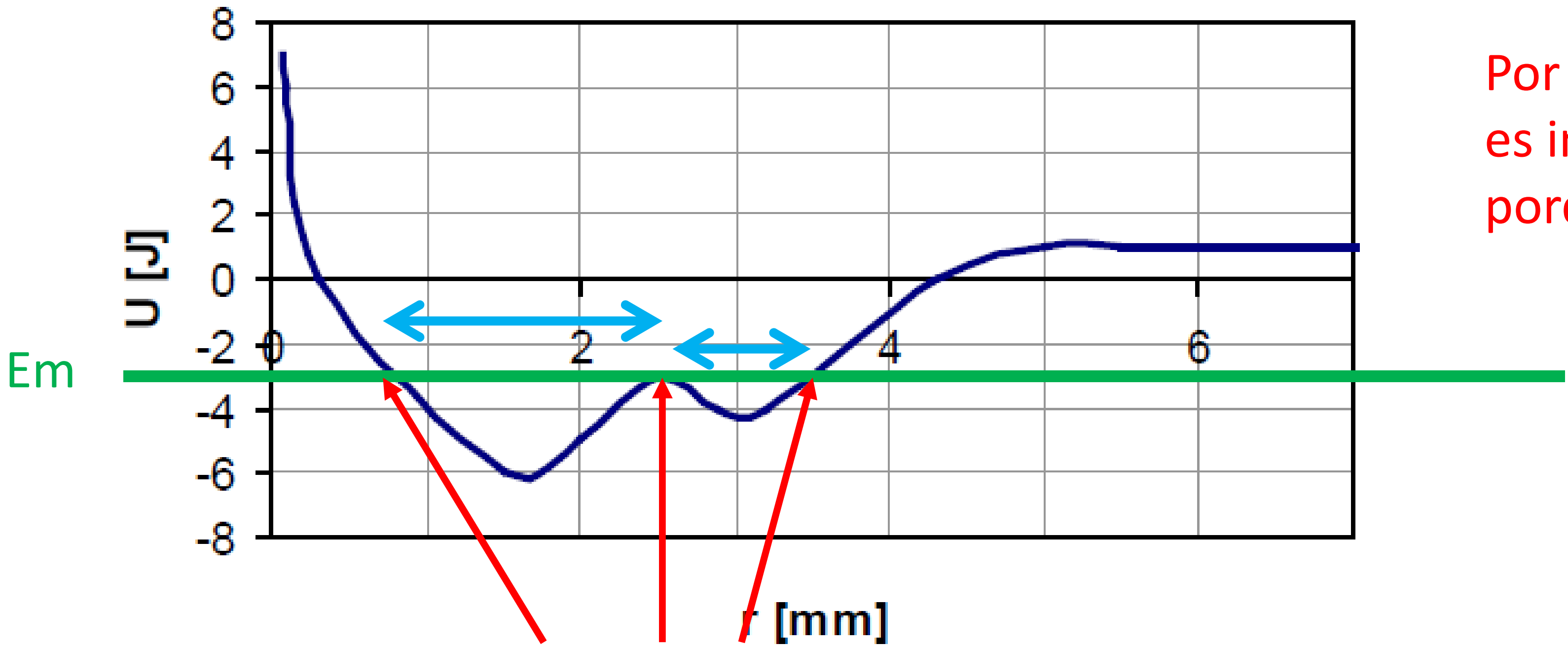
Em

Em=Ec+Ep

Ec=Em-Ep



c) Ubicación de la partícula si la Em=-3J?

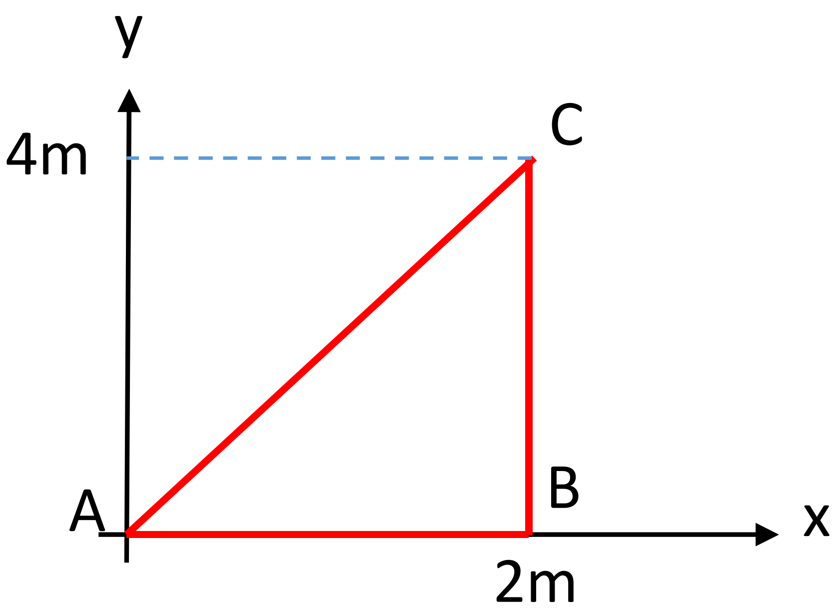


Por arriba de la Em es imposible porque la Ec>0

Em=Ec+Ep
Si Ec=0, la Em=Ep

OPTATIVO:

Un objeto sigue la trayectoria ABCA que se indica en la figura. Sobre él actúa una fuerza $\bar{F} = \left(2xy\,\frac{N}{m^2}\right)\breve{\imath} + \left(x^2\,\frac{N}{m^2}\right)\breve{\jmath}$. ¿Es una fuerza conservativa?



- ¿Se puede pensar que esta es una fuerza conservativa? SI

$$\frac{dF_x}{dy} = -\frac{d(2xy)}{dy} = -2x$$

$$\frac{dF_y}{dx} = -\frac{d(x^2)}{dx} = -2x$$

- ¿Cuál es la energía potencial asociada a esta fuerza?

$$F_x = 2xy = -\frac{dEp}{dx} \rightarrow Ep = -x^2y + C_1(y)$$

$$F_y = x^2 = -\frac{dEp}{dy} \rightarrow Ep = -x^2y + C_2(x)$$

Entonces: $Ep = -x^2y + C$ (C constante que no depende de ninguna variable)

- En el tramo A (0;0) hasta B (2;0)

$$W_{AB}^{F} = -(Ep_B - Ep_A) = -C + C = 0J$$

- En el tramo B (2;0) hasta C (2;4)

$$W_{BC}^{F} = -(Ep_C - Ep_B) = -(16 + C - C) = -16J$$

- En el tramo C (2;4) hasta C (0;0)

$$W_{CA}^{F} = -(Ep_A - Ep_C) = -(C - (16 + C)) = 16J$$